Verlag Schnelle
Eberhard und Wolfgang Schnelle GmbH & Co
2085 Quickborn bei Hamburg
Postscheckkonto Hmb 1036 76. Global Bank Hamburg 25011
Druck: S. Maurischat & A. Bevensee, Quickborn. Printed in Germany.

GRUNDLAGENSTUDIEN AUS KYBERNETIK UND GEISTESWISSENSCHAFT

BAND 6 HEFT 3 SEPTEMBER 1965

Kurztitel: GrKG 6(3) Schnelle, 2085 Quickborn/Germany

INHALT

VERLAG SCHNELLE, QUICKBORN BEI HAMBURG

Neuerdings vollzieht sich eine immer stärker werdende Annäherung zwischen Natur- und Geisteswissenschaft als Auswirkung methodologischer Bestrebungen, für die sich das Wort Kybernetik eingebürgert hat. Die Einführung statistischer und speziell informationstheoretischer Begriffe in die Ästhetik, die invariantentheoretische Behandlung des Gestaltbegriffs und die Tendenzen, zwischen der Informationsverarbeitung in Maschine und Nervensystem Isomorphismen nachzuweisen, sind nur drei Symptome dafür.
Die Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft sollen der raschen Publikation neuer Resultate dienen, welche diese Entwicklung zu fördern geeignet sind. Veröffentlicht werden vor allem grundlegende Ergebnisse, sowohl mathematischer, psychologischer, physiologischer und in Einzelfällen physikalischer als auch philosophischer und geisteswissenschaftlicher Art. Nur in Ausnahmefällen werden dagegen Beiträge über komplexere Fragen der Nachrichtentechnik, über Schaltungen von sehr spezieller Bedeutung, über Kunst und literaturgeschichtliche Probleme etc. angenommen. In geringer Zahl werden Buchbesprechungen veröffentlicht. (GrKG 1, 1960, S. 1)

Erscheinungsweise: Viermal im Jahr mit je 32 bis 48 Seiten.
Beiheft: Im Jahr erscheint für Abonnenten ein Beiheft.
Preis: DM 4,80 je Heft und Beiheft. Für Angehörige von Lehranstalten 2,88 DM.
Im Abonnement Zustellung und Jahreseinbanddeckel kostenlos. Bezug durch Buchhandel oder Verlag.
Manuskriptsendungen: an Schriftleitung gemäß unserer Richtlinien auf der dritten Umschlagseite.

Schriftleitung

Prof. Dr. Helmar Frank
Institut für Kybernetik
Berlin 46, Malteserstr. 74/100

Les sciences naturelles et les sciences humaines se rapprochent de plus en plus; ce rapprochement est une conséquence des tendances métodologiques appelées cybernetique. L'introduction en esthétique de termes statistiques et surtout de termes de la théorie de l'information, le fait de considérer mathématiquement la notion de Gestalt comme une invariante, et les tendances à chercher des isomorphismes entre la transformation de l'information par les machines et par le système nerveux sont seulement trois exemples du dit rapprochement.
Les «Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft» ont pour but de publier rapidement des résultats nouveaux capables de contribuer à ce dévéloppement. Surtout des résultats fondamentaux (soit de caractère mathématique, psychologique, physiologique et quelquefois physique — soit de caractère philosophique ou appartenant aux sciences humaines) sont publiés. Par contre des travaux concernant soit des questions assez complexes de la théorie de communication et télécommunication, soit des reseaux éléctriques ayant des buts trop spéciaux, soit des problèmes de l'histoire de l'art et de la litérature etc. ne sont acceptés qu'exceptionnellement aussi que les comptes rendus de nouveaux livres. (GrKG, T. 1, 1960, p. 1.)

Il paraissent 4 numéros de 32 à 48 pages par an et un numéro spécial, pour les abonnés. Prix: DM 4.80 le numéro (et le numéro spezial); pour membres des universités et écoles DM 2.88. L'envoi et la couverture du tome complèt (à la fin de chaque année) est gratis pour les abonnés.
Les GrKG sont vendus en librairie ou envoyés par les Editeurs Schnelle
Les manuscrits doivent être envoyés au rédacteur en chef. Quant à la forme voir les remarques à la page 3 de cette couverture.

Rédacteur en chef

Prof. Dr. Helmar Frank
Institut für Kybernetik
Berlin 46, Malteserstr. 74/100

Natural and cultural sciences are in train to come together closer and closer as a consequence of methodologicatendencies called cybernetics. The introduction of terms of statistics and specially of information theory into the terminology of esthetics, the interpretation of 'Gestalten' as mathematical invariants, and the search for isomorphisms by comparing information handling in computers and the brain are only three symptoms of the process mentioned above.
The Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft would like to cultivate this tendencies by rapid publication of new results related to cybernetics, especially results of basic interest, no matter whether belonging to the field of mathematics, psychology, physiology and sometimes even of physics, or rather to the fields of philosophy and cultural sciences. But papers which concern complex technical problems of transmission and processing of information, or electrical networks with very limited purpose, or the history of art and literature, are accepted only exceptionally. There will also be few recensions of books. (GrKG, 1, 1960, p. 1)

GrKG are published in 4 numbers each year, with 32-48 pages per number. A special number is edited each year for the subscribers.
Price: DM 4.80 per number (and spezical number). For members of universities and schools DM 2.88. Mailing and cover of the volume (to be delivered together with the last number each year) is free for subscribers. The GrKG may be received by booksellers or directly by the publisher.
Papers should be sent to the editors. For the form of manuscript see page 3 of this cover.

Editor

Prof. Dr. Helmar Frank
Institut für Kybernetik
Berlin 46, Malteserstr. 74/100

FORDERUNGEN AN EIN AXIOMENSYSTEM

von Herbert Meschkowski, Berlin

1. Die Hilbertschen Postulate

Der Student der ersten Semester lernt heute im allgemeinen in einer einleitenden Vorlesung über die moderne Mathematik jene drei Forderungen kennen, die Hilbert an ein brauchbares Axiomensystem (AS) stellte:

(I) Das System soll widerspruchsfrei sein.
(II) Die Sätze des AS sollen voneinander unabhängig sein.
(III) Das AS soll vollständig sein.

In den letzten Jahren ist an diesen Forderungen gelegentlich Kritik geübt worden.

Man hat die Hilbertschen Postulate zum Teil abgeschwächt, in anderen Fällen aber durch weitergehende Forderungen ergänzt. Wir wollen im folgenden über diese Entwicklung kritisch berichten. Zum Verständnis der Darstellung wird es zweckmäßig sein, wenn wir zunächst die klassischen Postulate Hilberts kommentieren.

Es ist bekannt, daß man (unter gewissen Voraussetzungen) die Widerspruchsfreiheit von Systemen beweisen kann (vgl. dazu z.B. Meschkowski, 1956, Kap. X.). Die Notwendigkeit der Forderung (I) wird im allgemeinen uneingeschränkt anerkannt. "Wenn diese Forderung nicht erfüllt ist, erhält man natürlich keine sinnvolle Theorie", lesen wir bei Lenz (1961, S. 11). Es verdient aber angemerkt zu werden, daß auch diese Hilbertsche Forderung Widerspruch erfahren hat. Curry (1951, S. 61) weist demgegenüber darauf hin, daß "ein Beweis für die Widerspruchsfreiheit weder notwendig noch hinreichend für die Widerspruchsfreiheit ist". Er vermutet, daß Hilbert "wie alle Intuitionisten - a priori eine Rechtfertigung sucht ...", eine metaphysisch fundierte Rechtfertigung für seinen Umgang mit den formalen Systemen.

Wir können uns diese Auffassung Currys nicht zu eigen machen und haben das bereits an anderer Stelle begründet (1956, S. 88 ff). Halten wir daran fest, daß die Forderung nach der Widerspruchsfreiheit eines AS (die nach Möglichkeit bewiesen werden soll) nahezu allgemeine Anerkennung gefunden hat.

Die Unabhängigkeit eines Axioms A_ϱ von den übrigen Axiomen eines AS wird bekanntlich so geführt: Man gibt ein Modell an, in dem alle Axiome des Systems

mit Ausnahme von A_ϱ erfüllt sind. Hilbert selbst hat in seinen "Grundlagen" auf diese Weise die Unabhängigkeit einiger Axiome nachgewiesen. Der bedeutsamste Unabhängigkeitsbeweis in der Geschichte der mathematischen Grundlagenprobleme ist der Nachweis, daß das Parallelenpostulat unabhängig ist von den Axiomen der sogenannten absoluten Geometrie (vgl. dazu z.B. Meschkowski, 1956, Kap. X). Man kann einfache Systeme kontruieren, in denen sich der Unabhängigkeitsbeweis für ein Axiom besonders leicht führen läßt (Meschkowski, 1965, Kap. VII, 3).

Wird von einem Axiom nachgewiesen, daß es von den übrigen Sätzen eines AS abhängig ist, so erfordert die Hilbertsche Konzeption, daß man auf dieses Axiom verzichtet. So enthielt die 3. Auflage von Hilberts "Grundlagen" noch als Axiom III 5 die Aussage, daß zwei Winkel kongruent seien, wenn sie einem dritten kongruent sind. Im Jahre 1912 zeigte Artur Rosenthal (1912), daß dieser Satz aus den übrigen Axiomen beweisbar sei. Folgerichtig wurde er in der nächsten Auflage gestrichen. (Trotzdem wird auch heute das Hilbertsche System meist mit 6 Kongruenzaxiomen zitiert, wie im Jahre 1909. Man hat die Aussage des Axioms 4 geteilt.)

Ein AS heißt *vollständig* (wir folgen hier Hermes und Markwald, 1958, S. 30 ff), wenn für jede *einschlägige* Aussage (d.h. jede Aussage, die nur solche Begriffe und Prädikate enthält, die schon im AS vorkommen) genau einer der beiden Sätze wahr ist:

A folgt aus AS
oder
non A folgt aus AS.

Man wird im allgemeinen die Vollständigkeit bei solchen Axiomensystemen erwarten, die in enger Beziehung zu physikalischen Problemen stehen, beispielsweise für die euklidische Geometrie.

Nicht vollständig sind dagegen jene Systeme, die wir als "mathematische Kunstprodukte" bezeichnen können: die Grundlagen der "übergreifenden" mathematischen Theorien, z.B. die der Gruppen und Verbände. So sind etwa die distributiven Gesetze der Verbandstheorie gewiß "einschlägige" Aussagen, sie sind aber nicht aus den grundlegenden Axiomen dieser Theorie zu deduzieren.

Besonders bemerkenswert ist an den Hilbertschen Forderungen an ein AS, daß ihr Erfülltsein *im Prinzip beweisbar* ist. Tatsächlich gibt es z.B. für das System der euklidischen Geometrie einen - relativen! - Beweis für die Wider-

spruchsfreiheit, und für viele der Axiome ist die Unabhängigkeit von den übrigen nachgewiesen. (Die - etwa nach Hilbert oder Baldus fundierte - euklidische Geometrie ist genau dann widerspruchsfrei, wenn die Arithmetik widerspruchsfrei ist. Vgl. dazu Baldus, 1964; Borsuk und Szmielew, 1960).

Die Vollständigkeit eines AS ist jedenfalls dann gesichert, wenn es monomorph ist. Man nennt ein AS monomorph (oder auch kategorisch), wenn je zwei Modelle des Systems isomorph sind. (Siehe dazu Hermes und Markwald, 1958, S. 31 ff.) Man kann zeigen, daß nicht die absolute, wohl aber die euklidische Geometrie monomorph ist. (Siehe dazu z.B. Borsuk und Szmielew, 1960, S. 196, S. 176 ff.)

Die Hilbertschen Postulate haben wichtige Fortschritte in der Grundlagenforschung ermöglicht, und man sollte meinen, daß ein im Sinne Hilberts abgesichertes AS etwa für die Geometrie zeitlose Gültigkeit hat. Tatsächlich sind aber in den letzten Jahrzehnten eine ganze Reihe von Änderungen für den axiomatischen Aufbau der Geometrie vorgeschlagen worden, die durchaus vernünftig motiviert sind.

2. Kritik von Baldus am Hilbertschen System

R. Baldus (1938) hat gezeigt, daß es im Hilbertschen System "nichtbeweisbare und doch entbehrliche" Axiome gibt. Man kann einige der Hilbertschen Axiome einsparen, wenn man sich dazu entschließt, die Voraussetzungen der Hilbertschen Theorie ein wenig zu ändern.
Für Hilbert gibt es drei verschiedene Systeme von Dingen: Punkte, Geraden und Ebenen. Für diese "Dinge" gibt es zwar Möglichkeiten der Inzidenz (ein Punkt liegt auf einer Geraden, zwei Geraden schneiden sich in einem Punkt), aber es wird nicht gefordert, daß Geraden und Ebenen Punktmengen seien. Baldus weist darauf hin, daß es neben der üblichen Deutung $\{\vartheta\}$ des Systems eine weitere Möglichkeit $\{\mathfrak{E}\}$ der Realisierung des Hilbertschen Systems gibt. Man lasse in der Deutung $\{\vartheta\}$ die Punkte unverändert, verschiebe aber alle Ebenen α um eine bestimmte Strecke parallel. Drei Punkte P, Q, R, die in der üblichen Deutung $\{\vartheta\}$ auf einer Ebene α liegen, inzidieren nach der Deutung $\{\mathfrak{E}\}$ mit einer Ebene α'.

Für die Gesamtheit der Geometrien, welche dem Axiomensystem Hilberts genügen, ist tatsächlich keines der Axiome entbehrlich. Wenn man aber nach dem Vorschlag von R. Baldus nur die Punkte zu Grundelementen der Theorie macht und die Geraden als "Punktreihen" (oder Punktmengen) einführt, läßt sich eine wesentliche Vereinfachung des Hilbertschen Systems erreichen.

Es erscheint durchaus vernünftig, das Hilbertsche System im Sinne von Baldus zu vereinfachen, obwohl das in den "Grundlagen" gegebene AS durch den Nachweis der Unabhängigkeit abgesichert war.

Es gibt aber noch eine andere Kritik von Baldus am Hilbertschen System, die den axiomatischen Aufbau einer Theorie noch problematischer macht.

Zur Vereinfachung der Ausdrucksweise wollen wir mit Baldus von einer Geraden g und einem Punkt P sagen: P verhält sich zu g euklidisch, wenn es durch P (in der durch P und g bestimmten Ebene) genau eine Gerade gibt, die g nicht trifft.

Dann kann man das Parallelenaxiom (P) durch eine schwächere Aussage (P_B) ersetzen:

(P_B) Es gibt eine Gerade g und einen Punkt P, der sich zu g euklidisch verhält.

Aus diesem Axiom kann man mit Hilfe der übrigen Axiome beweisen, daß sich jeder Punkt zu jeder Geraden euklidisch verhält.

Eine entsprechende Abschwächung der Aussage ist auch für das Archimedische Axiom (das erste Stetigkeitsaxiom) möglich. Wenn man davon ausgeht, daß man möglichst wenig in die axiomatischen Grundlagen einer Theorie stecken soll (weil der Mathematiker nun einmal eine Lust am Beweisen hat), dann müßte man in den Baldusschen Ergebnissen eine willkommene Verkürzung des axiomatischen Fundaments der Geometrie sehen.

Die Baldusschen Forschungsergebnisse zeigen, daß man ein Axiomensystem sehr wohl noch weiter abschwächen kann, selbst wenn die Unabhängigkeit der Axiome im Sinne Hilberts bewiesen ist. Das kann man übrigens schon durch einen fast trivialen Hinweis begründen. Man betrachte zwei Axiome, die die Aussagen A, B und C in der folgenden Form enthalten:

Axiom (1): $A \wedge B$,
Axiom (2): $B \wedge C$,

Es kann sein, daß keines dieser beiden Axiome aus dem andern (und weiteren Axiomen eines Systems) beweisbar ist. Trotzdem kann man (2) reduzieren, indem man die Aussage B wegläßt. Vor Weitschweifigkeiten dieser Art könnte man freilich ein Axiomensystem schützen durch die Forderung, daß kein Axiom und keine Teilaussage eines Axioms aus den übrigen beweisbar sein darf.

Aber wenn man die Baldusschen Anregungen zu einem Postulat von allgemeinem Charakter erheben will, müßte man etwa fordern:

(II a) Die Aussagen eines AS sollen möglichst schwach sein. (G. af Halström, 1961, formulierte: "Ein AS soll minimal sein".)

Das heißt genauer:
Es seien $A_1, A_2, \ldots, A_n$ die Sätze eines AS (Beispiel: die Hilbertschen Axiome, wobei A_n das Parallelenaxiom Ⓟ bezeichne) und A_n' eine Aussage (im Beispiel (P_B)), für die die folgenden Implikationen (Deduktionsmöglichkeiten) gelten:

$$A_n \Longrightarrow A_n', \quad \neg (A_n' \Longrightarrow A_n),$$

$$A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_{n-1} \wedge A_n' \Rightarrow A_n.$$

Dann ist das System $A_1, A_2, \ldots, A_n$ durch das (schwächere) System $A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}, A_n'$ zu ersetzen.

Diese Forderung erscheint berechtigt. Aber leider sieht man keinen Ansatz zu einem Beweis etwa des folgenden Satzes:

Das Axiomensystem $\mathfrak{S}$ kann nicht mehr abgeschwächt werden.

Während also das Erfülltsein der Hilbertschen Forderung (II) im Prinzip beweisbar ist, kann man nicht beweisen, daß der berechtigten weitergehenden Forderung (II a) Genüge geschehen ist.

3. Weitere Forderungen an ein AS

Bei Lenz (1961, S. 12) finden wir die zusätzliche Forderung, daß "in allen anwendbaren mathematischen Theorien.... die Axiome mit der Wirklichkeit übereinstimmen, soweit das durch die erreichbare Meßgenauigkeit feststellbar ist bzw. durch den Anwendungszweck gefordert wird". Dieses Postulat erinnert an die Bemühungen von Hamel und Dingler, der euklidischen Geometrie vor allen anderen eine "ausgezeichnete Einmaligkeit" zu sichern. Aber die gegen solche Versuche gegebenen Einwände (vgl. z.B. Meschkowski, 1956, Kap. VIII) richten sich auch gegen die Forderung von Lenz.

Die Mathematik verstehen wir heute im allgemeinen als die Wissenschaft von den formalen Systemen. Der Forscher entwickelt solche Systeme und untersucht ihre Eigenschaften, ohne ihre Anwendbarkeit a priori einzuplanen. Später stellt sich oft heraus, daß man eine mathematische Theorie im Bereich der Physik, der Statistik oder der Informationswissenschaft anwenden kann, obwohl man ursprünglich an solche Möglichkeiten gar nicht gedacht hat. Und es ist durchaus denkbar, daß ein in einem Erfahrungsbereich nicht

anwendbares System (das womöglich empirischen Gegebenheiten widerspricht) an ganz anderer Stelle ein brauchbares Hilfsmittel zur Beschreibung von Realitäten darstellt.

Ein Beispiel: Ich berichtete kürzlich über die Möglichkeit, Unabhängigkeitsbeweise an einfachen, eigens zu einem didaktischen Zweck gebildeten Systemen zu führen (1965, S. 115 ff.). In der Diskussion wurde eingewandt, daß man doch Schüler nicht mit solchen in der Praxis nicht vorkommenden "Geraden" und "Punkten" belasten sollte. Ein Vertreter der praktischen Mathematik wies demgegenüber darauf hin, daß das hier zitierte Modell in der Kybernetik eine durchaus "praktische" Bedeutung habe. Gerade im Blick auf spätere vorläufig gar nicht vorauszusehende Anwendungsmöglichkeiten von AS sollte man die Forderung nach "Übereinstimmung mit der Wirklichkeit" nicht stellen. Lassen wir der Mathematik ihre freie Entfaltungsmöglichkeit!

G. af Halström (1961) hat vorgeschlagen, die "Unabhängigkeit" eines AS in einer neuen Deutung dieses Begriffs zu fordern. (Er folgt damit einer schon 1924 von dem Philosophen M. Geiger gegebenen Anregung.) Er schlägt vor, bei der Formulierung des Hilbertschen Postulats (II) das Wort "unbeweisbar" zu benutzen:

(II´) Kein Axiom soll aus den anderen beweisbar sein.

Darüber hinaus soll das AS in einem strengeren Sinne unabhängig sein:

(IV) Kein Axiom soll auf irgendeinem Sachverhalt aufbauen, der in einem anderen Axiom angegeben wird.

Wenn man also - wie es Hilbert tut - Punkte, Geraden und Ebenen zu den Grundelementen der Geometrie erklärt, dann sollten die Axiome nur Aussagen über diese Dinge enthalten, nicht aber etwa über Dreiecke oder Geradenbüschel, wenn auch diese Begriffe schon aus den Axiomen der Anordnung definiert werden können.

Hilbert selbst hat gegen (IV) gesündigt, indem er in seinen Kongruenzaxiomen Sätze über die Kongruenz von Strecken und Winkeln machte. Strecken und Winkel sind ja keine "Grundbegriffe" seines Systems.

Man kann die Ansicht vertreten, daß ein solcher Rückgriff auf die "Urelemente" in jedem Axiom ein Gewinn sei. In der Praxis wird freilich damit der Aufbau einer Theorie ernstlich erschwert. Af Halström benutzt (ebenso wie Hilbert) Punkte, Geraden und Ebenen als Grundelemente und kann ein in seinem Sinne "unabhängiges" System angeben. (Aber ist damit wirklich etwas gewonnen, wenn er von der Kongruenz $AB \cong CD$ spricht und dabei das Wort Strecke vermeidet?)

Man sollte jedoch auch die Möglichkeit zulassen, nur von den Punkten auszugehen und die Geraden und Ebenen später mit Hilfe der Zwischenbeziehung zu definieren. Einen solchen Aufbau hat z.B. Forder (1958) gegeben. Wenn er dem Postulat (IV) genügen wollte, dürfte er in seinen Axiomen immer nur von Punkten und ihren Relationen sprechen, nie aber von den durch Definition eingeführten Geraden. Das würde aber den Aufbau seiner durchaus bemerkenswerten Theorie unerträglich erschweren.

Wenn man auch die Geometrie entsprechend den Ideen des Bourbaki-Kreises aus "Grundstrukturen" aufbauen will, dürfte sich der Verzicht auf definierte Begriffe von selbst verbieten. Davon wird noch die Rede sein.

Es ist interessant, die moderne Literatur über die Grundlagen der Geometrie daraufhin durchzusehen, wie weit sie die verschiedenen Postulate an ein Axiomensystem berücksichtigt. (Die Postulate über den axiomatischen Aufbau beziehen sich natürlich nicht nur auf die Geometrie. Die Untersuchung der Geometrie ist aber deshalb besonders interessant, weil wir hier ein System mit relativ vielen Axiomen haben, bei dem auch der Nachweis der Monomorphie möglich ist.) Die Notwendigkeit der Widerspruchsfreiheit wird allgemein als berechtigt anerkannt und die (relative) Widerspruchsfreiheit (z.B. ist die Geometrie widerspruchsfrei, wenn die Arithmetik es ist) bewiesen, so z.B. bei Kérékjárto(1955) sowie bei Borsuk und Szmielew (1960). Bei diesen beiden Autoren finden wir auch den Beweis, daß das System der euklidischen Geometrie kategorisch (monomorph), also auch vollständig ist. Dagegen wird nach der Unabhängigkeit des Systems (im Sinne Hilberts) nicht gefragt, und es ist auch kein Bemühen erkennbar, mit möglichst schwachen Aussagen in den Axiomen auszukommen. So bringen Borsuk und Szmielew in den Axiomen der Anordnung viele Aussagen, die bei Hilbert beweisbare Sätze sind.

Von der Baldusschen Kritik an Hilbert haben die späteren Autoren meist die Fundierung der Geometrie nur auf die Punkte als Grundelemente übernommen. (G. af Halström, 1961, bleibt bei dem Hilbertschen Grundsatz.) Soweit die Geraden und Ebenen in den Axiomen auftreten, werden sie neuerdings sofort als Mengen von Punkten eingeführt, deren besondere Eigenschaften durch die Axiome festgelegt werden (so bei Borsuk und Szmielew, 1960). Die Abschwächung z.B. des Parallelenaxioms durch Baldus fanden wir nur bei Kérékjárto (1955) erwähnt. Die übrigen Autoren bringen dieses Axiom in seiner üblichen (allgemeinen) Form.

Vielleicht darf man diesen Verzicht auf die Unabhängigkeit des Systems damit erklären, daß die Konsequenz des Bemühens um die Unabhängigkeit der Versuch sein müßte, auch noch die weitere Forderung (II a) zu erfüllen. Das führt aber

zu ärgerlichen Konsequenzen: Der Aufbau der Theorie wird schwerfälliger, und man kann trotzdem nicht mit Sicherheit sagen, daß eine weitere Verbesserung des Systems (im Sinne von (II a)) nicht möglich sei.

An die Stelle der Postulate (II) oder (II a) tritt in der modernen Axiomatik oft eine Forderung, die didaktische oder ästhetische Ziele setzt. Lenz (1961, S. 11) hat sie so formuliert:

(V) Ein AS soll möglichst wenige und möglichst einfache Axiome enthalten.

Diese Forderung nach logischer und sprachlicher Einfachheit ist nicht (wie das Hilbertsche Postulat (II)) exakt mathematisch faßbar, und doch kann ein AS, das der Forderung (V) einigermaßen genügt, für den Aufbau einer Theorie brauchbarer sein als ein anderes, bei dem die Unabhängigkeitsbeweise geführt werden können.

4. "Fertigbauweise" in der Mathematik

Fassen wir zusammen: Von den verschiedenartigen Forderungen, die man seit Beginn dieses Jahrhunderts an den Aufbau eines AS gestellt hat, sind die Postulate (I) und (V) geblieben. Die Frage, ob ein System vollständig sei (Postulat (III)), bleibt durchaus sinnvoll. Es gibt aber in der modernen Mathematik gewisse Axiomensysteme wichtiger "übergreifender" Theorien, die gerade wegen ihrer Unvollständigkeit nützlich sind (Gruppen, Verbände).

Wir haben noch nicht die Ideen des Bourbaki-Kreises berücksichtigt. Man hat bisher den Aufbau verschiedener Gebiete der Mathematik aus den Grundstrukturen (vgl. dazu z.B. Meschkowski, 1956, S. 97 ff.) versucht, aber in der Elementargeometrie blieb man bis in die jüngste Zeit hinein dabei, das AS unbeeinflußt von den Begriffsbildungen anderer Bereiche der Mathematik aus den "Urelementen" aufzubauen. Am weitesten geht in dieser Richtung G. af Halström mit seiner Forderung (IV). Dem steht freilich der von Dieudonné gegebene Vorschlag entgegen, Euklid zu verabschieden und die ganze Geometrie als Vektoralgebra zu behandeln. (Näheres findet man mit Literaturangaben in Meschkowski, 1965, S. 107 ff.) Wir haben an anderer Stelle (1965, S. 110 ff.) bereits ausgeführt, weshalb der völlige Verzicht auf eine eigenständige Fundierung der Elementargeometrie nicht zweckmäßig erscheint. Es ist aber durchaus möglich, den Aufbau aus gewissen Grundstrukturen auch auf die Geometrie zu übertragen.

In der modernen Architektur setzt sich die "Fertigbauweise" aus vorfabrizierten Einzelteilen durch. Es erscheint durchaus vernünftig (und dem Postulat (V) ent-

sprechend), wenn man in der Geometrie wie in anderen Gebieten der Mathematik die Grundbegriffe und Axiome gewisser einfacher Theorien als gegeben voraussetzt. Die Axiome der Geometrie sagen dann, wie die Geometrie sich aus den "Einzelteilen" aufbaut.

Es ist sinnvoll, die Grundtatsachen der Mengenlehre auch für die Geometrie vorauszusetzen. Man kann dann (nach dem Verfahren etwa von Borsuk und Szmielew) die Geraden und Ebenen als Teilmengen des Raumes deuten, deren besondere Eigenschaften durch gewisse Axiome festgelegt werden. Es ist aber auch möglich, gewisse der in verschiedenen Gebieten der Mathematik geläufigen Relationen zu übernehmen. Wenn man den Begriff der (antireflexiven) Ordnung benutzt und den der Äquivalenzrelation, kann man die Axiome der Anordnung und die der Kongruenz wesentlich einfacher formulieren.

Auf diese Weise stellt man einen Zusammenhang mit anderen Disziplinen her, und das AS der Geometrie wird besonders kurz und übersichtlich. Natürlich wird damit de facto die Menge der unbewiesenen vorausgesetzten Aussagen nicht herabgesetzt. Man benutzt ja die Axiome der Mengenlehre, der Ordnungs- und der Äquivalenzrelationen. Trotzdem ist der Aufbau mathematischer Disziplinen aus "Fertigteilen" ein ökonomisches Verfahren, das sich bei der raschen Entwicklung unserer Wissenschaft durchaus empfiehlt.

Der Verfasser beabsichtigt, in einer späteren Arbeit den Aufbau der Elementargeometrie nach diesen Grundsätzen durchzuführen.

Schrifttumsverzeichnis

af Halström, G. — Om den Plana Geometrins Axiomsystem. Nordisk Mat. Tidskrift 9, 1961, S. 145-166

Bachmann, F. — Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff. Berlin-Göttingen-Heidelberg 1959

Baldus, R. — Zur Axiomatik der Geometrie. V. Sitzungsber. Bayr. Ak. d. Wiss., Math.-nat. Abt. 1937, S. 189-228.

Baldus, R. — Über nicht beweisbare und doch entbehrliche Axiome MZ 44, 1938, S. 321-329

Baldus, R. — Nichteuklidische Geometrie, 2. Aufl. Berlin 1944, 4. Aufl. Berlin 1964

Borsuk, K. und Szmielew, W.	Foundations of Geometry. Amsterdam 1960
Curry, H.B.	Outlines of a Formalist Philosophy of Mathematics. Amsterdam 1951
Forder, H.G.	The Foundations of Euclidian Geometry. New York 1958. Nachdruck einer Ausgabe von 1928
Hermes, H. und Markwald, W.	Grundlagen der Mathematik. Band I der "Grundzüge der Mathematik", herausgegeben von Behnke, H., Fladt, K. und Süß, W., S. 1-89, Göttingen 1958
Hilbert, D.	Grundlagen der Geometrie. 1. Aufl. Leipzig 1899, 9. Aufl. Stuttgart 1962
Kérékjárto, B.	Les Fondements de la Géométrie. Tome I. Budapest 1955
Lenz, H.	Grundlagen der Elementarmathematik. Berlin 1961
Meschkowski, H.	Wandlungen des mathematischen Denkens, 1. Aufl. Braunschweig 1956, 3. Aufl. 1963
Meschkowski, H.	Einführung in die moderne Mathematik. Mannheim 1964
Meschkowski, H.	Mathematik als Bildungsgrundlage, Braunschweig 1965
Rosenthal, A.	Vereinfachung des Hilbertschen Systems der Kongruenzaxiome, Math. Ann. 71, 1912, S. 257-274
Verriest, G.	Introduction à la Géométrie non Euclidienne par la Méthode élémentaire. Paris 1951

Eingegangen am 9. Juli 1965

Anschrift des Autors:

Prof. Dr. Herbert Meschkowski
1 Berlin 33
Thielallee 66

ZUM RATETEST NACH SHANNON

von Klaus Weltner, Osnabrück

I

Der in "Prediction and Entropy of printed English" von Shannon (1951) angegebene Ratetest hat sich als brauchbar erwiesen, die subjektive Information gedruckter Texte empirisch zu bestimmen. Das ist besonders für den Pädagogen bedeutsam, der sich einerseits für die subjektive Information gegebener Lehrbuchtexte oder Lehrprogrammtexte für bestimmte Lesergruppen (Schulklassen) interessiert und andererseits in der Veränderung dieser Werte eine Wirkung seines Unterrichts sehen und ermitteln kann. Obwohl in der Anwendung recht schwerfällig, stellt dieses Verfahren zur Zeit die einzige verläßliche Methode dar, diese Daten zu ermitteln oder wenigstens abzuschätzen (Weltner 1964).

Bei der Durchführung kennt die Versuchsperson (Vp) einen Teil des vorausgehenden Textes. Dazu genügt eine Probe von 100 bis 200 vorausgehenden Zeichen. Dann bricht der Text ab. Die Vp muß nun versuchen, den fortsetzenden Buchstaben (auch Satzzeichen) vorauszusagen. Auf jeden Rateversuch werden nur die Antworten "falsch" oder "richtig" gegeben. Die Vp setzt die Rateversuche fort, bis das richtige Zeichen geraten ist. Die Anzahl der Rateversuche wird notiert. Buchstabenweise werden so fortlaufende Textstichproben geraten, die dem Gesamttext durch ein Zufallsverfahren entnommen sind. Shannon (1951) hat gezeigt, wie obere und untere Grenzen für die subjektive Information des Textes anhand der Ergebnisse der Rateversuche angegeben werden können.

Während sich die obere Grenze als theoretische Information aus der Häufigkeitsverteilung der Ratezahlen ergibt, soll in Abschnitt II die Gültigkeit der unteren Grenze elementar abgeleitet werden. In Abschnitt III wird dann eine Weiterentwicklung des Ratetests vorgeschlagen, die geeignet erscheint, den Vorhersagetest handlicher und damit für empirische Untersuchungen brauchbarer zu machen.

II

Die Vp habe an insgesamt N Textstellen $N^{(v)}$ Zeichen beim v-ten Versuch richtig vorausgesagt. Die obere Grenze der Information ergibt sich als Information der Folge der Ratezahlen:

$$I_{max} = \sum_{1}^{r} N^{(v)} \; \mathrm{ld}\frac{N}{N^{(v)}}$$

Die Existenz einer unteren Grenze der Information des Textes soll bei gegebener Verteilung der Ratezahlen $N^{(v)}$ im folgenden nachgewiesen werden.

Die Textstellen mit der größten subjektiven Information sind diejenigen, die bis zur Vorhersage des richtigen Zeichens der Nachricht die größte Anzahl vergeblicher Versuche erforderten. Bei hinreichend großem N treten Textstellen auf, die erst vorhergesagt werden, wenn alle übrigen Zeichen des Repertoires vergeblich als Fortsetzung genannt wurden. Hier fällt v_{max} mit r zusammen. Setzt man mit Shannon (1951) voraus, daß die Vp die von ihr in dem jeweiligen Textzusammenhang für wahrscheinlicher gehaltene Fortsetzung vor der jeweils nächstwahrscheinlichen nennt, um so die Zahl der vergeblichen Vorhersageversuche zu minimalisieren, so folgt daraus, daß Textstellen mit r Fortsetzungsmöglichkeiten auch bereits mit weniger als r vergeblichen Versuchen vorhergesagt werden können. Dabei wird die Zahl der Treffer im Mittel den subjektiven Erwartungswahrscheinlichkeiten dieser Fortsetzungsmöglichkeiten proportional sein. Ist beispielsweise bei einer Gruppe von Textstellen mit nur zwei Fortsetzungsmöglichkeiten die eine doppelt so wahrscheinlich wie die andere, so wird sie von der Vp zuerst genannt. Die Zahl der richtigen Voraussagen wird dann doppelt so groß sein wie die Zahl der richtigen Voraussagen beim zweiten Versuch.

Trifft diese letzte Voraussetzung nicht zu, bleibt die Gültigkeit der nachzuweisenden unteren Grenze unangetastet, da dann die subjektive Information der Zeichen allenfalls größer werden kann (Frank 1964).

Im Unterschied zu $N^{(v)}$, der-bekannten-Zahl der Textstellen, die beim v-ten Versuch vorhergesagt wurden, sei N_v die-unbekannte-Zahl der Textstellen mit v Fortsetzungsmöglichkeiten. Bezeichnet weiter N_{vn} die Zahl der Zeichen, die bei v Fortsetzungsmöglichkeiten beim n-ten Versuch vorhergesagt wurden, so gilt

$$N_{vn} \geqq N_{v,n+1}$$

Daraus folgt zunächst eine untere Grenze für die unbekannte Zahl der Textstellen mit r Fortsetzungsmöglichkeiten.

$$N_r = \sum_{n=1}^{n=r} N_{rn} \geqq N_{rr} \cdot r \qquad\qquad N_{rr} = N^{(r)}$$

Das Gleichheitszeichen gilt für den Fall, daß alle r Fortsetzungsmöglichkeiten gleichwahrscheinlich sind. Hierfür läßt sich auch die Information der N_r Textstellen mit r gleichwahrscheinlichen Fortsetzungsmöglichkeiten zu

$$\bar{I}_r = N_r \cdot \mathrm{ld}\, r = N_{rr} \cdot r \cdot \mathrm{ld}\, r = N^{(r)} \cdot r \cdot \mathrm{ld}\, r$$

angeben (Bild 1 a, b, c).

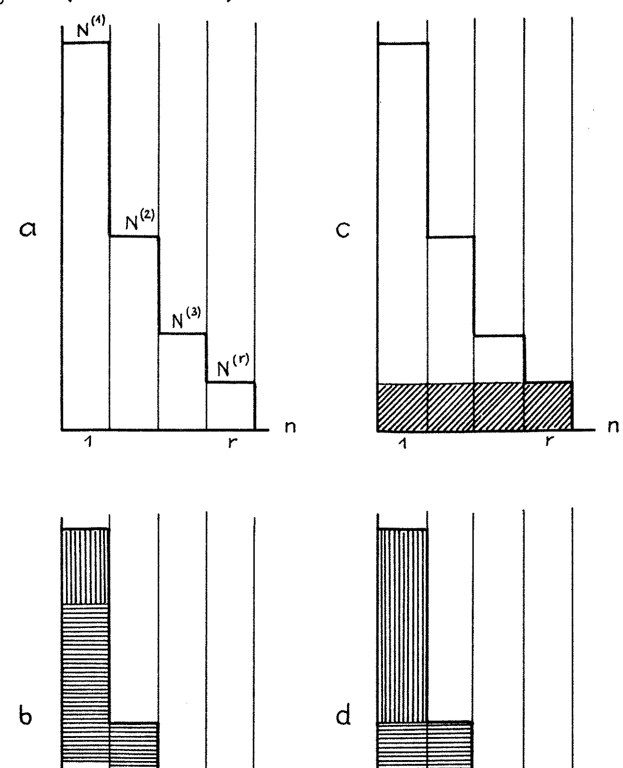


Bild 1:

a) Empirische Verteilung der Ratezahlen, r = 4

b) Textstellen mit 1, 2, ... , r Fortsetzungsmöglichkeiten gekennzeichnet

c) Mindestzahl der Textstellen mit r Fortsetzungsmöglichkeiten

d) Gesamtverteilung als System gleichwahrscheinlicher Fortsetzungsmöglichkeiten

Vorüberlegung: Ein Ausdruck für die untere Grenze der Information einer gegebenen Verteilung der $N^{(v)}$ könnte erwartet werden, wenn der Rechnung zunächst die geringste Zahl der Textstellen mit r Fortsetzungsmöglichkeiten, von der verbleibenden Verteilung dann die geringste Zahl mit r-1 Fortsetzungsmöglichkeiten und so fort bis zu 2 Fortsetzungsmöglichkeiten zugrunde gelegt wird. Dabei wird sukzessive die Zahl der Textstellen mit den jeweils meisten Fortsetzungsmöglichkeiten minimalisiert, soweit es mit der empirischen Verteilung der $N^{(v)}$ verträglich ist. Maximalisiert wird dabei die Zahl der Textstellen mit nur einer Fortsetzungsmöglichkeit, deren subjektive Information null ist (Bild 1 d).

Aus

$$\bar{I}_r = N^{(r)} \,.\, r \,.\, \mathrm{ld}\, r$$

$$\bar{I}_{r-1} = (N^{(r-1)} - N^{(r)})\,(r-1)\,\mathrm{ld}\,(r-1)$$

$$\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots$$

$$\bar{I}_1 = (N^{(1)} - N^{(2)})\,1 \,.\, \mathrm{ld}\, 1$$

folgt der Ausdruck

$$\bar{I} = \sum_{n=1}^{n=r} (N^{(n)} - N^{(n+1)})\, n \,.\, \mathrm{ld}\, n \qquad (1)$$

oder in eine für praktische Rechnungen bequemere Form umgeformt:

$$\bar{I} = \sum_{n=1}^{r} N^{(n)}\,(n \,.\, \mathrm{ld}\, n - (n-1)\,\mathrm{ld}(n-1)) \qquad (2)$$

Beweis, daß Ausdruck (1) eine allgemein gültige untere Grenze darstellt:

Aus den N vorhergesagten Textstellen wird eine Teilmenge herausgegriffen, die für die Vp die gleiche Zahl und Verteilung der Erwartungswahrscheinlichkeiten der Fortsetzungsmöglichkeiten hat. Beispielsweise die Textstellen mit zwei Fortsetzungsmöglichkeiten, von denen die eine für die Vp doppelt so wahrscheinlich ist wie die andere. In Bild 1 b sind vier Teilmengen angenommen.

Bild 2 zeigt unmittelbar, daß der Ausdruck (1) auf jede Teilmenge einzeln angewandt und dann zusammengefaßt identisch ist mit der Anwendung dieses Ausdrucks auf die ursprüngliche Verteilung.

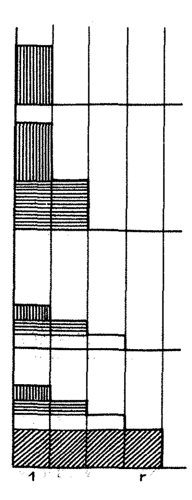


Bild 2: Auflösung der - unbekannten - Teilmengen aus Bild 1 b in Teilsysteme gleichwahrscheinlicher Fortsetzungsmöglichkeiten

Kann gezeigt werden, daß der Ausdruck (1) für jede beliebige Teilmenge kleiner oder gleich der Information dieser Teilmenge ist, so wäre damit bewiesen, daß die Zusammenfassung dieser Ausdrücke kleiner oder gleich der Summe der Information der Teilmengen also der Information der N Textstellen ist.

$\bar{I}_v$ sei die nachzuweisende untere Grenze für die Information I_v der Teilmenge der N_v Textstellen mit v Fortsetzungsmöglichkeiten.

(3) $$I_v = -\sum_{n=1}^{v} N_{vn} \cdot \mathrm{ld}\frac{N_{vn}}{N_v} = N_v \,\mathrm{ld} N_v - \sum_{n=1}^{v} N_{vn} \cdot \mathrm{ld}\, N_{vn}$$

Aus (1) wird

(4) $$\bar{I}_v = \sum_{n=1}^{v} (N_{vn} - N_{v,n+1})\, n \,\mathrm{ld}\, n$$

Sind alle Fortsetzungsmöglichkeiten gleichwahrscheinlich, fallen $\bar{I}_v$ und I_v zusammen.

Wegen $N_v = N_{vv} \cdot v$ folgt dann $I_v = \bar{I}_v = N_v \cdot \mathrm{ld} v$.

Die Verteilung bei gleichwahrscheinlichen Fortsetzungsmöglichkeiten läßt sich in (v-1) Schritten in jede beliebige Verteilung umformen. Die Zahl der Textstellen N_v bleibe dabei konstant. Die Umformung bei jedem Schritt wird in Bild 3 am Beispiel dargestellt. Bei jedem Schritt wird, bei v beginnend, ein Wert der Hilfsverteilung durch einen Wert der endgültigen Verteilung ersetzt. Die schraffierten Flächen sind jeweils gleich. Der Abnahme des Zwischenwertes $\tilde{N}$ der Hilfsverteilung an der Stelle k um ΔN entspricht eine Zunahme der verbleibenden (k-1) gleichen Zwischenwerte der neuen Hilfsverteilung um $\Delta N/k-1$.

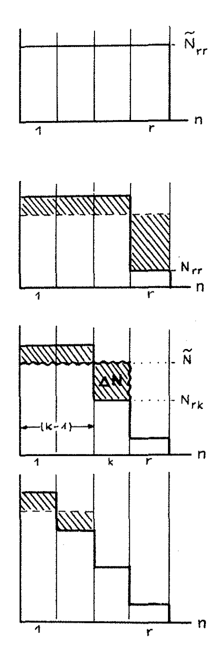


Bild 3:

Sukzessive Umformung einer Verteilung von 4 gleichwahrscheinlichen Fortsetzungsmöglichkeiten in eine beliebige Verteilung

Bei jedem Schritt vermindert sich die Information der Hilfsverteilung. Kann gezeigt werden, daß bei jeder Veränderung $\bar{I}_v$ stärker abnimmt als I_v, so ist bewiesen, daß $\bar{I}_v \leqq I_v$.

Der Zwischenwert $\tilde{N}$ werde an der Stelle k durch N_{vk} ersetzt. N_{vk} war die Zahl der Zeichen aus der betrachteten Untermenge mit v Fortsetzungsmöglichkeiten, die beim k-ten Versuch vorhergesagt wurden. Bei dieser Veränderung nimmt der untere Grenzwert um $\Delta \bar{I}_{vk}$, die Information um ΔI_{vk} ab. Beide Differenzen werden mit (3) und (4) gebildet und algebraisch umgeformt.

$$\Delta \bar{I}_{vk} = (\tilde{N} - N_{vk+1})\, k\, \mathrm{ld}\, k \qquad + \sum_{k+1}^{v} (N_{vn} - N_{vn+1})\, n\, \mathrm{ld}\, n$$

$$- (\tilde{N} + \frac{\Delta N}{k-1} - N_{vk})(k-1)\,\mathrm{ld}(k-1) - (N_{vk} - N_{vk+1})\, k\,\mathrm{ld}\,k - \sum_{k+1}^{v} (N_{vn} - N_{vn+1})\, n\,\mathrm{ld}\, n$$

$$\Delta \bar{I}_{vk} = \tilde{N}\, k\,\mathrm{ld}\, k - (\tilde{N} + \frac{\Delta N}{k-1} - N_{vk})(k-1)\,\mathrm{ld}(k-1) - N_{vk}\, k\,\mathrm{ld}\, k$$

Mit $\tilde{N} - N_{vk} = \Delta N$ bleibt

$$\Delta \bar{I}_{vk} = \Delta N\, k\,\mathrm{ld} \frac{k}{(k-1)} \tag{5}$$

Zu etwas unhandlicheren Ausdrücken führt die als kleiner nachzuweisende Differenz der Information, die zunächst vereinfacht und dann nach oben abgeschätzt wird.

$$\Delta I_{vk} = N_v\,\mathrm{ld}\, N_v - \sum_{1}^{k} \tilde{N}\,\mathrm{ld}\,\tilde{N} \qquad - \sum_{k+1}^{v} N_{vn}\,\mathrm{ld}\, N_{vn}$$

$$- N_v\,\mathrm{ld}\, N_v + \sum_{1}^{k-1} (\tilde{N} + \frac{\Delta N}{k-1})\,\mathrm{ld}\,(\tilde{N} + \frac{\Delta N}{k-1}) + N_{vk}\,\mathrm{ld}\, N_{vk} + \sum_{k+1}^{v} N_{vn}\,\mathrm{ld}\, N_{vn}$$

$$\Delta I_{vk} = - k\tilde{N}\,\mathrm{ld}\,\tilde{N} + (k-1)(\tilde{N} + \frac{\Delta N}{k-1})\,\mathrm{ld}\,(\tilde{N} + \frac{\Delta N}{k-1}) + (\tilde{N} - \Delta N)\,\mathrm{ld}\,(\tilde{N} - \Delta N)$$

$$(6) \qquad \Delta I_{vk} = \tilde{N}(k-1)\left(1 + \frac{\Delta N}{(k-1)\tilde{N}}\right) \mathrm{ld}\left(1 + \frac{\Delta N}{(k-1)\tilde{N}}\right) + (\tilde{N} + \Delta N)\,\mathrm{ld}\left(1 - \frac{\Delta N}{\tilde{N}}\right).$$

Die Funktion x ld x ist nach oben konkav. Die Sekante liegt immer über der Funktion. Daher läßt sich der Funktionswert des Ausdrucks

$$\left(1 + \frac{\Delta N}{(k-1)\tilde{N}}\right) \mathrm{ld}\left(1 + \frac{\Delta N}{(k-1)\tilde{N}}\right)$$

durch den größeren Wert der Sekante im Intervall $0 \leqq \Delta N \leqq \tilde{N}$ nach oben abschätzen mit:

$$1\,\mathrm{ld}\,1 + \frac{\Delta N}{(k-1)\tilde{N}} \left[\frac{k}{k-1}\,\mathrm{ld}\,\frac{k}{k-1} - 1\,\mathrm{ld}\,1 \right] \frac{\tilde{N}(k-1)}{\tilde{N}} = \frac{\Delta N}{\tilde{N}}\,\frac{k}{(k-1)}\,\mathrm{ld}\,\frac{k}{(k-1)}$$

Mit 6 ergibt sich dann folgende Ungleichung:

$$\Delta I_{vk} \leqq \Delta N \,.\, k \,.\, \mathrm{ld}\frac{k}{(k-1)} + (\tilde{N} - \Delta N)\,\mathrm{ld}\left(1 - \frac{\Delta N}{\tilde{N}}\right)$$

Mit $\quad \Delta \bar{I}_{vk} = \Delta N \cdot k \cdot \mathrm{ld}\,\frac{k}{k-1}$

und wegen $\quad 0 \leqq \left(1 - \frac{\Delta N}{\tilde{N}}\right) \leqq 1$

und $\quad \mathrm{ld}\left(1 - \frac{\Delta N}{\tilde{N}}\right) \leqq 0$

folgt $\quad \Delta I_{vk} \leqq \Delta \bar{I}_{vk}$.

Damit ist (3) eine untere Grenze für die Information der Teilmenge der N_V Textstellen mit gleicher Verteilung der Fortsetzungserwartungen für die Vp. Weil der Ausdruck (1) für die Gesamtverteilung mit der Summe der unteren Grenzwerte für alle Teilmengen identisch ist, ist (1) damit als untere Grenze für die subjektive Information des geratenen Textes bewiesen.

III

Rateversuche erfordern im Mittel je nach subjektiver Information des Textes 30 - 60 Sekunden pro Zeichen. Um zu brauchbaren Werten zu kommen, braucht man größere Textstichproben. Das führt schnell zu langen Versuchszeiten und zu Ermüdungserscheinungen beim Raten. Eine Verminderung der Ratezeiten scheint nach Voruntersuchungen möglich, wenn das Shannonsche Rateverfahren modifiziert wird.

Die Vp sagt das vorherzusagende Zeichen nicht direkt voraus, sondern gibt anhand eines Codebaumes (Bild 4) bei jeder Verzweigung an, ob die erwartete Fortsetzung in der rechten oder linken Teilmenge der von hier zu erreichenden Buchstaben liegt. Die Vorhersage beginnt beim ersten Verzweigungspunkt. Der Versuchsleiter gibt bei jeder Voraussage an, ob sie richtig oder falsch war. Nach fünf Entscheidungen erreicht die Vp den fortsetzenden Buchstaben (Satzzeichen) des Textes. Statt der Buchstaben werden hier also die Binärzeichen ihrer Binärcodierung vorausgesagt. Vorausgesagt wird "links" "rechts", notiert wird "richtig" "falsch".

Da die Gesamtzahl der vorausgesagten Binärzeichen sich in Teilmengen gleicher Verteilung der zwei Fortsetzungserwartungen aufteilen läßt, gelten die in Abschnitt II aufgestellten Grenzen auch für diesen Sonderfall, bei dem die Fortsetzungsmöglichkeiten auf maximal zwei zusammengeschrumpft sind.

N Voraussagen entsprechen N/5 Buchstaben. Bei $N^{(1)}$ richtigen und $N^{(2)}$ falschen Voraussagen ist die Information des Textes in die Grenzen

$$-\sum_{1}^{2} N_j \; \mathrm{ld}\frac{N_j}{N} \geqq I \geqq N_2 \cdot 2 \cdot \mathrm{ld}\,2$$

eingeschlossen.

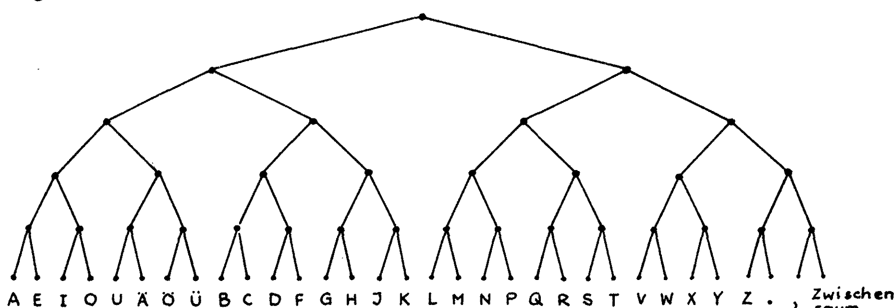


Bild 4: Codebaum für 32 Buchstaben und Satzzeichen. Vokale links, Satzzeichen rechts angeordnet

Vorversuche haben gezeigt, daß sich die Ratezeiten bei dieser Variante des Ratetests um 20 - 30 % reduzieren lassen. Der Gewinn an Zeit liegt bei den informationsreichen Textstellen, während sich dieses Verfahren bei den leicht voraussagbaren Textstellen eher als hinderlich erweist. Es hat sich daher als ratsam erwiesen, im Falle der sicheren Erwartung einer bestimmten Fortsetzung die Vp den erwarteten Buchstaben direkt nennen zu lassen. Ist die Fortsetzung doch anders als erwartet, wird der Vp auf dem Codebaum die Verzweigung gezeigt, an der ihr erster Fehler liegt. Diese Hilfe muß dann als eine Fehlentscheidung gewertet werden.

Es ist beabsichtigt, die Durchführung solcher Rateversuche durch ein elektromechanisches Hilfsgerät zu erleichtern und zu objektivieren. Das lochstreifengesteuerte Gerät zeigt auf einem Codebaum durch Lämpchen den erreichten Verzweigungspunkt an, für den vorausgesagt werden muß. Die Vp gibt ihre Entscheidung durch Tasten ein. Das Gerät registriert "falsch" und "richtig" und teilt dies der Vp mit. Auf diese Weise werden sich auch mögliche Beeinflussungen durch den Versuchsleiter eliminieren lassen.

Schrifttumsverzeichnis

Frank, Helmar — Über den nichtnegativen Erwartungswert von $i_{sub}(z_k) - i(z_k)$. Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft, Bd. 5/1, S. 25-30, 1964

Shannon, C.E — Prediction and Entropy of printed English. The Bell System Technical Journal, January 1951

Weltner, Klaus — Zur empirischen Bestimmung subjektiver Informationswerte von Lehrbuchtexten mit dem Ratetest nach Shannon. Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft, Bd. 5/1, S. 3-11, 1964

Eingegangen am 14. Juni 1965

Anschrift des Autors:

Prof. Dr. Klaus Weltner
45 Osnabrück
Delmenhorster Weg 2

UNTERNEHMENSSPIELE UND PROGRAMMIERTE INSTRUKTION

von Arno Schulz, Sindelfingen/Berlin

Die American Management Association (AMA) entwickelte 1956 das erste Unternehmensspiel, bei welchem ein Elektronenrechner (IBM 650) ein Marktverhalten simuliert, während drei Spielgruppen Entscheidungen in den Bereichen Produktion, Vertrieb, Forschung und Entwicklung sowie im Finanzbereich treffen. Der Informationskreislauf, der zu einer Entscheidung führt, kann schematisch durch Bild 1 dargestellt werden.

Neben solchen für die oberste Führungsspitze von Unternehmen geschaffenen "General Management"-Spielen werden auch spezielle Spiele für betriebliche Teilbereiche, etwa "Arbeitsplanung" geschaffen.

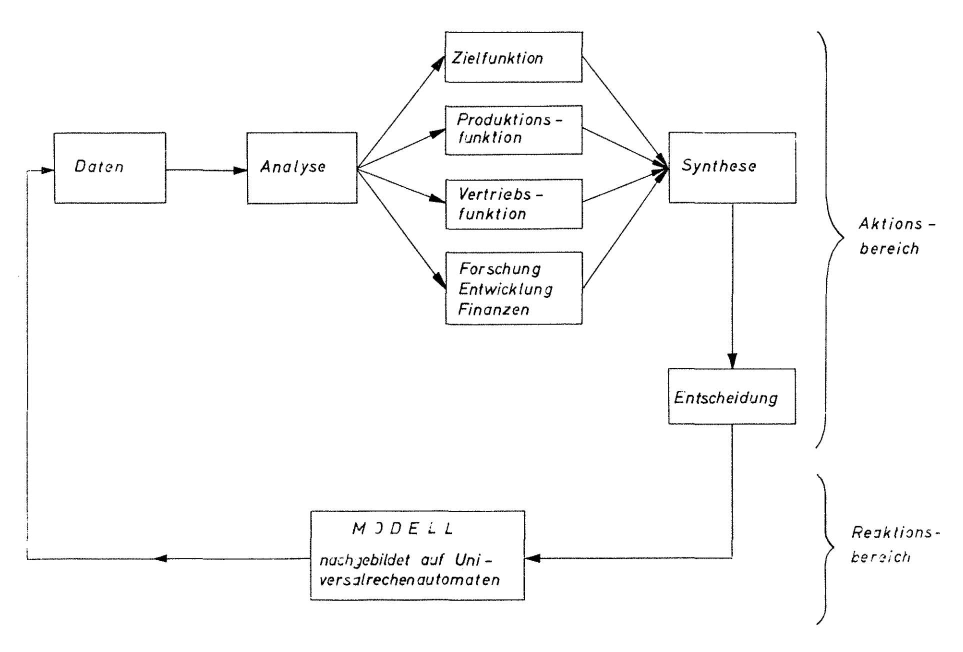


Bild 1

Im folgenden wollen wir über einige Erfahrungen, die wir beim Einsatz dieser Spiele im akademischen Bereich, insbesondere an der Technischen Universität Berlin, gewonnen haben, berichten. Vorausschicken müssen wir, daß wir uns darüber im klaren waren, daß die heute zur Verfügung stehenden Unternehmensspiele ursprünglich nicht für die Anwendung an Hochschulen gedacht waren, sondern für die innerbetriebliche Ausbildung von Führungskräften der Wirtschaft. Wir haben deshalb von vornherein gewisse Änderungen im Ablauf vorgenommen.

Beispielsweise ist es allgemein üblich, eine solche Veranstaltung unter Zeitdruck durchzuführen, d. h. daß den Spielgruppen pro Entscheidung nur 15-30 Minuten Zeit zur Verfügung stehen. Dieses Verfahren mag für Praktiker, die schon über einen reichen Erfahrungsschatz verfügen, angemessen sein. Bei Studenten verleitet es dazu, die Entscheidungen intuitiv, ohne eine Analyse der Ergebnisse der letzten Spielperiode und ohne langfristige Planung zu fällen. Als Gegenargument kann man manchmal hören, daß bei einer Ausdehnung von Unternehmensspielen über längere Zeiten - etwa ein Semester - hinweg, das Interesse der Teilnehmer erlahmt. Wir haben solche Beobachtungen bisher nicht gemacht. Im Gegenteil, in vielen Fällen kam am Ende eines solchen Spiels aus den Spielgruppen heraus der Wunsch, in irgendeiner Weise das Begonnene fortzusetzen.

1. Erfahrungen mit Unternehmensspielen

Wir haben bis jetzt folgende Form für die Durchführung von Unternehmensspielen im akademischen Bereich als optimal gefunden: Ein solches Spiel läuft in Form einer Seminarveranstaltung mit einer Wochenstunde während eines ganzen Semesters ab. Zu Beginn erfolgt eine etwa 2stündige Einführung in das Wesen der Unternehmensspiele und das Modell des benutzten Spiels. Zur Demonstration des Modellcharakters führen wir in einer weiteren Sitzung das oben erwähnte Spiel "Arbeitsplanung" durch. Dann gehen wir zu einem General Management Game weiter. Es läuft zunächst im normalen wöchentlichen Rhythmus der Seminarveranstaltungen ab. Zu Beginn jeder Seminarstunde bekommen die Teilnehmer, die in Gruppen von 4-6 Studierenden je eine Unternehmung verkörpern, die Ergebnisse der letzten Spielperiode ausgeteilt. Sie haben dann 45 Minuten zur Verfügung, um neue Entscheidungen zu fällen. Allgemeine Informationen wie Prognosen über die weitere volkswirtschaftliche Entwicklung gibt dabei der Spielleiter an die einzelnen Gruppen verbal weiter. In der Zeit bis zur nächsten Veranstaltung wertet die elektronische Rechenanlage die Entscheidungen der einzelnen Gruppen aus. Diese Art des Ablaufs eines Unternehmensspiels bedingt allerdings, daß man leichten "Zugriff" zu einer elektronischen Rechenanlage hat.

Nach den ersten vier Spielperioden, d.h. nach dem ersten Spieljahr (alle Entscheidungen sollen für eine Periode, die einem Quartal entspricht, gelten) führen wir eine Zwischenkritik durch: Das ist ebenfalls eine Gepflogenheit, die von den Unternehmensspielen zur Schulung von betrieblichen Führungskräften abweicht. Auf diesen Punkt wird noch gleich näher einzugehen sein.

Nach etwa 6 Spielperioden unterbrechen wir den hier dargestellten Ablauf. Bis zu diesem Zeitpunkt müßten die Teilnehmer so viel gelernt haben, daß sie jetzt in der Lage sein sollten, unter Zeitdruck Entscheidungen zu fällen, so wie es in der Praxis später auch einmal von ihnen gefordert wird. Wir wickeln deshalb dann 10-12 Spielperioden an einem einzigen Tag ab, indem wir an einem Samstag von früh bis abends durchspielen. Das verschafft uns die Möglichkeit, in ein solches Spiel einen vollständigen Konjunkturzyklus in Form einer Hochkonjunktur, einer Depression und einer erneuten Hochkonjunktur einzubauen (s. Bild 2). Am Ende wird dann eine ausführliche Schlußbesprechung, wiederum in Form einer Seminarveranstaltung, gehalten.

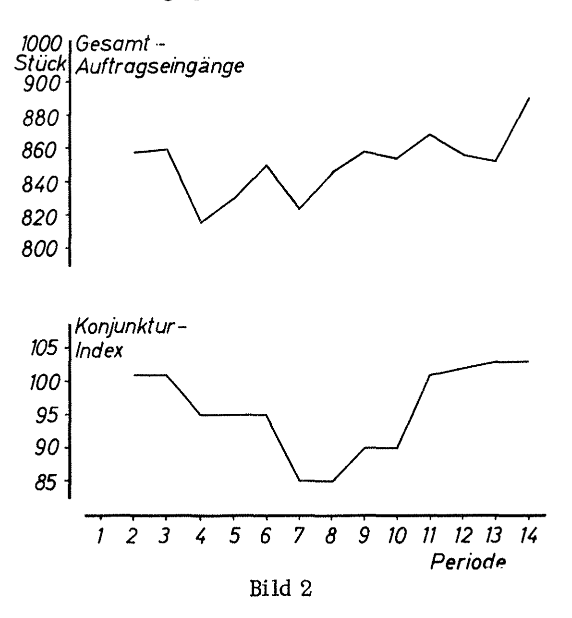


Bild 2

Wird in einem solchen Spiel nur eine abschließende "Manöverkritik" abgehalten, begibt man sich dabei der Möglichkeit, aus Fehlern zu lernen und das Gelernte im Spiel wiederum zu verifizieren. Wir halten deshalb eine Zwischenkritik für außerordentlich wertvoll. Hierbei dienen als Ausgangsdaten die veröffentlichten Bilanzen des ersten Spieljahres. Für eine Analyse der erzielten

Ergebnisse benötigt man Kennzahlen. Es ist Aufgabe der Spieler, solche Meßzahlen, die ihnen in den betriebswirtschaftlichen Vorlesungen vorgestellt werden, selbst auszuwählen und anzuwenden, um die Effizienz ihrer Entscheidung messend verfolgen zu können. Leider mußten wir immer wieder beobachten, daß dieses Instrumentarium einer modernen Unternehmensleitung teilweise den Studierenden nicht gegenwärtig ist.

Solche Kennzahlen sind etwa die Kapitalrentabilität, die Wirtschaftlichkeit oder die Gesamtproduktivität. Wir greifen in dieser Zwischenkritik im allgemeinen auf die Kapitalrentabilität zurück. Sie ist ganz allgemein definiert als

$$\frac{\text{Ertrag - Aufwand}}{\text{Kapital}} = \text{Kapitalrentabilität} .$$

Sie sollte mindestens dem landesüblichen Zins entsprechen. In der beigefügten Tabelle haben wir einige Zahlenwerte gebracht, wie solche Ergebnisse etwa aussehen. Dabei ist zu beachten, daß es sich um den gesamten Spielablauf handelt. Es fiel das erste und vierte Spieljahr in eine Zeit der Hochkonjunktur.

Entwicklung der Kapitalrentabilität in einem Unternehmensspiel (Tabelle)

Ergebnisse

Spielgruppe	Anfang	1. Spieljahr	2. Spieljahr	3. Spieljahr	4. Spieljahr
11+)	5,8 %	10,2 %	5,1 %	2,8 %	10,0 %
12	5,8 %	6,7 %	13,6 %	5,6 %	21,1 %
13	5,8 %	13,6 %	6,8 %	13,2 %	24,6 %

+) Die Bezeichnung der Spielgruppen ist hier willkürlich gewählt worden.

Interessant ist nun ein Vergleich mit der Liquiditätsentwicklung in diesem Spiel (s. Bild 3). Die Gesellschaft 13, die am Ende des Spiels die größte Kapitalrentabilität erzielt hat, also am rentabelsten arbeitet, ist auch die liquideste. Die Spieler lernen hierbei, daß auf lange Sicht Rentabilität und Liquidität Hand in Hand gehen. Etwa mit Verlust zu verkaufen, um liquide zu werden, zahlt sich auf die Dauer nicht aus. Im Grunde genommen sind das Binsenwahrheiten der Betriebswirtschaftslehre. Trotzdem ist man immer wieder überrascht, wie wenig sie in einem solchen Spiel - oft auch von den sogenannten Praktikern - beachtet werden.

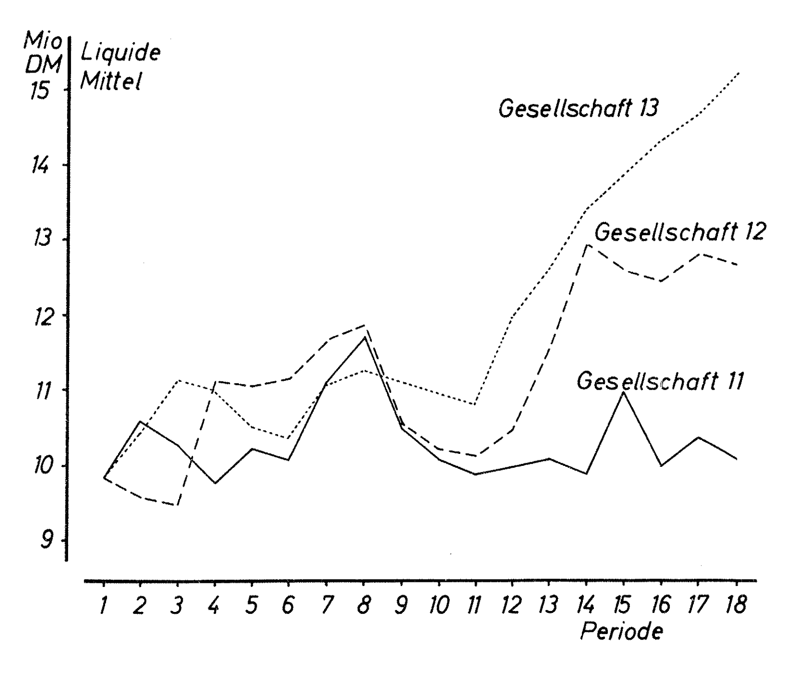


Bild 3

Dasselbe gilt auch für die Kostenauflösung, d. h. ihre Aufspaltung in fixe und variable Kosten. Mellerowicz (1962, II, S. 98) sagt: "Eine flexible Plankostenrechnung steht und fällt mit der Möglichkeit der Kostenauflösung. Sie ist die Voraussetzung für eine richtige Kostenplanung und für die Ermittlung der Sollkosten des jeweiligen Ist-Beschäftigungsgrades." In den einschlägigen Vorlesungen werden die Studierenden mit den Methoden der Kostenauflösung bekannt gemacht, etwa der graphischen Methode. Hier im Unternehmensspiel bekommen sie die Möglichkeit, sich einmal aktiv auf dem Gebiet der Kostenrechnung zu betätigen. In der betrieblichen Praxis kann von der Güte einer solchen Kostenanalyse die Existenz einer Unternehmung abhängen. Bei der Schlußbesprechung demonstrieren wir deshalb den Teilnehmern, sofern sie nicht selbst darauf gekommen sind, diese graphische Methode der Kostenanalyse (s. Bild 4). Aus jeweils drei Wertepaaren der Produktionskosten für eine bestimmte produzierte Menge bilden wir für zwei Zeitpunkte im Spielablauf je eine Gerade. Extrapoliert man sie bis zur Ordinatenachse (produzierte Menge = 0), dann ergibt sich dabei der Fixkostenanteil, in diesem Fall DM $2 \cdot 10^6$. Diese Aufteilung in variable und fixe Kosten ist auch die Grundlage für die Grenzkostenrechnung, die in den letzten Jahren immer mehr an Bedeutung gewonnen hat.

Mit einem solchen System von graphischen Darstellungen, das ca. 15-20 einzelne Blätter enthält, führen wir die Schlußbesprechung durch. Es mag oft desillusionierend auf einige Teilnehmer wirken, in dieser Form zu merken, wie wenig von dem Stoff der Vorlesungen wirklich ihr eigener Besitz geworden ist. Wir sind deshalb auch der Meinung, die Teilnahme an einem solchen Spiel nicht von den Ergebnissen in einer "Aufnahmeprüfung" abhängig zu machen (Drenkard et al. 1963, S. 175), sondern sie grundsätzlich allen Studierenden ab bestandener Vorprüfung zu ermöglichen. Inwieweit von dieser dargebotenen Möglichkeit Gebrauch gemacht wird, bleibt ihnen natürlich selbst überlassen.

Bild 2 zeigt, wie man in einem solchen Spiel auch den Lernerfolg der Teilnehmer messend verfolgen kann. Es handelte sich dabei um eine Gruppe, die schon an einem solchen Spiel teilgenommen hat und nun ein zweites, etwas andersgeartetes, spielt. Man kann deshalb erwarten, daß früher bereits ein gewisser Lernerfolg erzielt wurde. Ist das der Fall, dann müßten sie in der Lage sein, sich in ihrem unternehmerischen Verhalten den Situationen, mit denen sie im Spiel konfrontiert werden, anzupassen. Wie schnell sie dabei reagieren, kann als Maßstab dienen, inwieweit das "Unterrichtsziel" erreicht wurde.

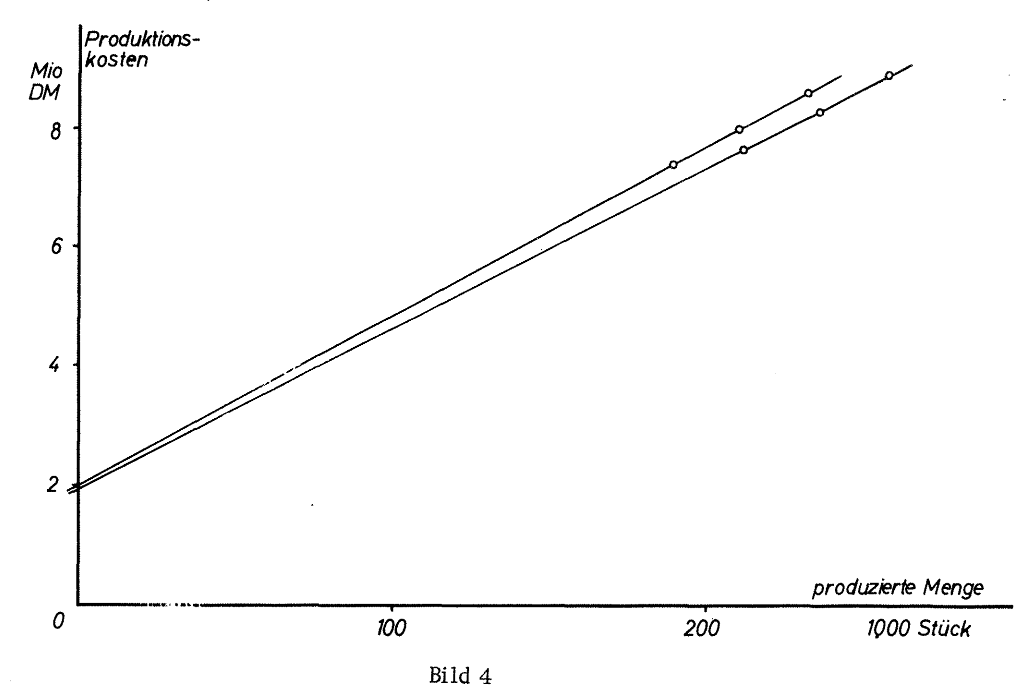


Bild 4

Im unteren Teil des Bildes 2 haben wir in Form eines Konjunkturindex die allgemeine volkswirtschaftliche Entwicklung, mit der sich diese Gruppe im Spiel auseinandersetzen mußte, aufgetragen. Sie läuft ausgehend von einer Hochkonjunktur stufenförmig in eine Depression hinein und weiter in eine erneute Hochkonjunktur mit allen Folgeerscheinungen wie etwa Lohn- und Preissteigerungen. Darüber ist dargestellt der gesamte Auftragseingang aller Spielgruppen, der von ihren unternehmerischen Aktionen wie Preissenkungen oder erhöhten Marketing-Aufwendungen abhängt. Es ist zu erkennen, daß die Spieler durch betont antizyklisches Verhalten die konjunkturbedingten Schwankungen weitgehend dämpfen und ausregeln konnten. Das wird besonders deutlich in der auf jede konjunkturelle Änderung folgenden Pause (gleichbleibender Konjunkturindex). In diesen Perioden gelingt es den Spielgruppen, sowohl die Folgen der Depression als auch der Konjunktur aufzufangen und in eine stetige Aufwärtsentwicklung umzuformen. Würde man in der oberen Darstellung eine mittlere Kurve einzeichnen, so hätte sie einen stetig steigenden Verlauf, trotz der Konjunkturzyklen. Hier wird also von den Spielern schon recht gut das betriebswirtschaftliche Instrumentarium beherrscht, um die richtigen Reaktionen auf den angebotenen volkswirtschaftlichen Trend auszulösen.

Zusammenfassend bietet sich folgender Ablauf für den einzelnen Teilnehmer im Unternehmensspiel an:

1. Erkennen eines Problemes
2. Beschaffen von Daten, um es beurteilen zu können
3. Herausarbeiten alternativer Lösungsmöglichkeiten
4. Bewerten dieser Möglichkeiten
5. Entscheiden für eine unter den gegebenen Umständen als optimal erkannte Lösung
6. Durchsetzen dieser Entscheidung in der Gruppe
7. Kontrolle der Entscheidung am Erfolg

Dabei profitieren die Studierenden durch diese neue aktive Lehrmethode in folgender Weise:

1. Praktische Verifizierung des in den betriebswirtschaftlichen Vorlesungen angebotenen Stoffes und Anreiz, Teilkenntnisse zu vertiefen.
2. Persönliche Stellungnahme zu konkreten Fragen und Entscheidung für einen Weg, der als richtig erkannt wurde. Hierbei wird auch die Bereitschaft gefördert, Verantwortung zu übernehmen.
3. Ein Unternehmensspiel erzieht zu langfristig planender, sorgfältig durchdachter, systematischer Arbeit. Es zwingt zum Disponieren.
4. Richtiges Disponieren setzt Kennzahlen voraus, um die erzielten Ergebnisse analysieren zu können. Die Teilnehmer werden somit gezwungen, sowohl über

Methoden einer betriebswirtschaftlichen Analyse als auch die dafür benötigten Instrumente nachzudenken.
5. Im Unternehmensspiel lernt man in komplexen Kausal-Zusammenhängen zu denken und seine Erkenntnisse präzis zu formulieren. Dazu gehört auch die Fähigkeit, in geeigneter Weise zu abstrahieren. Diese Lehrmethode steht somit im krassen Gegensatz zum Auswendiglernen, womit mancher Student viel Zeit verbringt.
6. Andererseits wird aber den Teilnehmern auch die Bedeutung des Details, die dem in naturwissenschaftlichem Denken geübten Studenten in "das Blut" übergegangen ist, ad oculos demonstriert.
7. Es genügt aber nicht, daß sich eine Spielgruppe für eine Lösung, die sie als optimal ansieht, entscheidet. Sie muß auch einen einmal als richtig erkannten Weg so lange fortsetzen, bis die Tatsachen sie eines besseren belehren.
8. Studenten werden durch Unternehmensspiele auch in die vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten elektronischer Rechenanlagen eingeführt, insbesondere in die Technik der Simulation betrieblicher Abläufe.
9. Schulung in Gruppenarbeit und Diskussion.

Gerade dem letzten Punkt dürfte besondere Bedeutung zukommen. Denn der Massenbetrieb, der heute auf den deutschen Hochschulen herrscht, wirkt wenig persönlichkeitsbildend. Hier bietet sich nun eine Möglichkeit an, den alten Auftrag der Universität, den ganzen Menschen zu bilden, in moderner Form auszuüben. Gruppenarbeit fördert die Fähigkeit, mit anderen Menschen erfolgreich zusammenzuarbeiten. Dazu gehört etwa das Einordnen in den Gruppen-Organismus, eine zielbewußte Diskussion mit der Beschränkung auf das Wesentliche, freiwillige Beschränkung um der Sache willen, u.a.

2. Unternehmensspiele und Programmierter Unterricht

Dieselben digitalen Universalrechner, auf die hier für Unternehmensspiele zurückgegriffen wird, sind auch als "Lehrmaschinen" im Unterricht einzusetzen (Silbermann und Coulson, 1962; Berger, 1963; Frank, 1963).

Es dürfte deshalb ganz interessant sein, vom Standpunkt der Unternehmensspiele aus der Verbindung zu diesen neuartigen Lehrhilfsmitteln nachzugehen. Wir wollen dabei untersuchen, ob ein Unternehmensspiel als Lehrmaschine - oder besser gesagt programmierter Unterricht - anzusehen ist oder nicht. (Silbermann und Coulson wiesen schon auf eine gewisse innere Verwandtschaft hin.)

Der Einsatz von Lehrmaschinen, bzw. allgemein die programmierte Instruktion, zeichnet sich durch drei Merkmale aus:

1. Die Methode der kleinen Lehrschritte
2. Lernen durch Versuch und Irrtum
3. Die Rückkoppelung zwischen Lehr- und Lernbereich in diesem System.

Grundprinzip der Lehrmaschinen ist ein schrittweises Vorgehen, das vom Erfolg abhängt. Es basiert auf der lernpsychologischen Erkenntnis, daß bei jedem Lernvorgang ein Teil der übermittelten Informationen verlorengeht, d. h. vom Lernsystem nicht erfaßt und verarbeitet wird.

Dieses Merkmal der Anpassung des Lehrbereichs an die individuellen Erfolge der Lernenden ist bis heute in Unternehmensspielen kaum ausgeprägt. Es würde nämlich bedeuten, daß am Anfang eines solchen Spiels die Teilnehmer nicht sofort mit der ganzen Komplexität, die vielen Unternehmensspielen innewohnt, konfrontiert werden. Wir haben diesen Nachteil besonders an Studentengruppen immer wieder beobachten können und als störend empfunden. Die meisten Unternehmensspiele wurden eben, wie schon betont, ursprünglich für die Ausbildung von Führungskräften in Betrieben geschaffen und nicht für Studenten. Deshalb konnten diejenigen, die solche Spiele schrieben, eine erhebliche Erfahrung im Gebrauch der betriebswirtschaftlichen Führungsinstrumente voraussetzen. Für Studenten trifft das nur bedingt zu. Dazu kommt noch der Wunsch nach Wirklichkeitsnähe. Je wirklichkeitsnäher ein Unternehmensspiel ist, um so komplexer ist es zwangsläufig.

Wir haben deshalb im Sommersemester 1964 an der Technischen Universität Berlin einen ersten Versuch gestartet mit dem Ziel, schrittweise ein Unternehmensspiel zu erweitern. Es wird dabei quasi ein Skinnerscher Lehralgorithmus realisiert. Versuchsobjekt war eine Studentengruppe, die bereits im vorangegangenen Semester ein IBM 650-Unternehmensspiel durchgeführt hatte. Man kann a priori unterstellen, daß dabei ein gewisser Lernerfolg eingetreten ist. Sie wurden jetzt mit einem Spiel konfrontiert, dessen mathematisches Modell eine Erweiterung des ursprünglichen Spiels darstellt. Die ersten Erfahrungen sind ermutigend. Das bedeutet, die Spielgruppen haben mit Erfolg gelernt, wobei als Meßgröße etwa die erzielten Gewinne dienen können, oder die Entwicklung der Auftragseingänge (s. Bild 2). Wir sind der Ansicht, daß man in dieser Richtung weiterarbeiten sollte, indem man speziell für die Ausbildung von Studenten Unternehmensspiele schafft, die ein schrittweises Eindringen in die betriebswirtschaftlichen Zusammenhänge gestatten. Das bedeutet auch hier eine Aufteilung des zu vermittelnden Lehrstoffs auf Lehrschritte, wobei es allerdings in der Natur der Sache liegt, daß sie komplexer sind als auf den bisher mit Lehrmaschinen

bearbeiteten Gebieten. Eine Möglichkeit in dieser Richtung besteht z.B. darin, sukzessive die betrieblichen Funktionen wie Vertrieb, Finanzbereich, Produktion, Beschaffung und Entwicklung während des Spielablaufs erst in Gang zu setzen.

Auf das zweite Merkmal des programmierten Unterrichts, das L e r n e n d u r c h V e r s u c h u n d I r r t u m , sind wir bereits im Unternehmensspiel, wenn auch nur am Rande, gestoßen. Es besagt, daß der Mensch als Einzelindividuum neben anderen Lernweisen, etwa durch Einsicht, vor allem aus Irrwegen lernt. "Gebranntes Kind scheut das Feuer." W. Hochheimer (1964) behauptet sogar, daß "die mittlere Allgemeinheit insgesamt, also auch Individuen mit Plus-Abweichungen davon" überwiegend in dieser Form lernen. Das Lernen aus Einsicht ist nach Hochheimer der Ausnahmefall, das Lernen durch Versuch und Irrtum der Regelfall. In diesem Punkt gehen die Unternehmensspiele und die Lehrmaschinen auf dieselbe Grundidee zurück, nämlich die anthropologische Erfahrungstatsache, daß sich Verhaltensweisen verstärken oder abschwächen, je nach ihrem Erfolg oder Mißerfolg. Bereits 1898 hat Thorndike diese Beobachtungen als "law of effect" formuliert.

In der Theorie der Lehrmaschinen spielt dieser Faktor eine wichtige Rolle. Der Lernende soll von der Lehrmaschine möglichst unmittelbar erfahren, ob er den abgelaufenen Lernschritt erfaßt und verarbeitet hat. Die Bestätigung seines Verhaltens, die "Verstärkung", ermutigt ihn zu weiterem Fortschreiten und ist die Motivation für seine weiteren Handlungen.

In Unternehmensspielen ist der Faktor der Motivation durch Verstärkung nur mittelbar zu finden. Ob eine Spielgruppe bei einer bestimmten Entscheidung richtig gehandelt hat, zeigt sich oft nicht sofort, wie im programmierten Unterricht, sondern erst nach mehreren Spielperioden. Auch ist die Antwort keine reine Ja-Nein-Antwort, sondern läßt sich nur implizit aus den Ergebnissen ablesen. Je nachdem, wie komplex ein Unternehmensspiel ist, um so schwieriger dürfte es sein, eine Verstärkung im Sinne von Thorndike zu bekommen.

Nun wäre in vielen Fällen theoretisch der Rechenautomat in der Lage, unter Anwendung der Hilfsmittel von Operations Research eine optimale Lösung für eine anstehende Entscheidung zu liefern. Nur sehr selten dürfte die Entscheidung der Spieler mit dieser Lösung übereinstimmen. Es wurde auch schon vorgeschlagen, ein oder mehrere Spielgruppen in einem Unternehmensspiel durch einen Automaten zu ersetzen. Wir meinen, daß hier sehr schnell das Interesse der Spieler erlahmen würde. Es ist auf die Dauer ermüdend, gegen einen Partner zu spielen, von dem man a priori weiß, daß er nicht zu schlagen ist. Dagegen

wäre zu prüfen, ob nicht doch auch in einem Unternehmensspiel die Teilnehmer mehr als bisher Informationen über die Richtigkeit ihrer Handlungsweise bekommen sollten. Das würde bedeuten; daß parallel zum Spielablauf der Rechenautomat als Lehrsystem sich selbst die optimale Antwort errechnet. In gewissen Abständen könnten dann die Teilnehmer erfahren, wie weit sie von dem besten Ergebnis entfernt sind. Auch könnte man daran denken, bei schweren Fehlern der Spielgruppen Teile des Spiels selbständig wiederholen zu lassen.

Das Lernen durch Versuch und Irrtum setzt, wie implizit schon in den vorausgehenden Absätzen diskutiert, eine Rückkoppelung zwischen Lehr- und Lernsystem voraus.

In diesem Punkt decken sich Unternehmensspiele und Lehrmaschinen weitgehend. Hier tritt die größte Ähnlichkeit zwischen den beiden Begriffskomplexen auf, obwohl, wie aus meinen bisherigen Ausführungen hervorgeht, sie zunächst nicht identisch sind. Beim Unternehmensspiel stellt die Rückkoppelung die Verbindung zwischen Aktions- und Simulationsbereich dar, bei der Lehrmaschine zwischen Lehrsystem und Lernsystem. Eine Identität zwischen Unternehmensspiel und Lehrmaschine würde bedeuten, daß dem Lernsystem der Aktionsbereich im Unternehmensspiel entspricht und dem Lehrsystem der Reaktionsbereich. Nun darf man wohl annehmen, daß sich rein funktional gesehen der Begriff des Aktionsbereiches mit dem eines Lernsystems deckt, aber nicht der Simulationsbereich mit dem Lehrsystem. Denn bei der Theorie der Lehrmaschinen wird davon ausgegangen, daß die Lehrmaschine immer die richtige Antwort auf einen Lehrschritt weiß, was eben bei den Unternehmensspielen heute noch nicht der Fall ist.

Darüber hinaus gestattet die Rückkoppelung in einer universellen Lehrmaschine auch den Rücksprung zu bereits abgelaufenen Teilen des Lehrprogramms. Das ist immer dann notwendig, wenn sich zeigt, daß Kenntnisse, die vorausgesetzt werden, wieder verlorengegangen sind. Auch diese Eigenschaft fehlt den Unternehmensspielen noch, obwohl sie zweifellos vorteilhaft wäre.

Zusammenfassend kann man sagen, daß sich die beiden Begriffe "programmierter Unterricht" und "Unternehmensspiele" der heutigen Form nicht decken, obwohl eine gewisse innere Verwandtschaft besteht. Es ist allerdings wünschenswert, in die Unternehmensspiele einige Merkmale des programmierten Unterrichts aufzunehmen.

Eingegangen am 23. Juni 1965

Schrifttumsverzeichnis

Berger, M.	Universalrechenautomaten als Lehrmaschinen. In: H. Frank (Hsg.): Lehrmaschinen in kybernetischer und pädagogischer Sicht 1, Klett und Oldenbourg, Stuttgart und München, 1963
Drenkard, F.J. Gamer, B. Hax, K. Langer, H. Schätzle, G.	Unternehmensspiele und ihre Bedeutung für die betriebswirtschaftliche Ausbildung an Hochschulen, Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung, 15. Jahrg. 1963
Frank, H.	Kybernetik und Lehrmaschinen. In: H. Frank (Hsg.) Lehrmaschinen in kybernetischer und pädagogischer Sicht 1, Klett und Oldenbourg, Stuttgart und München, 1963
Hochheimer, W.	Psychologische Einführung in die Thematik von Lehrmaschinen und programmiertem Unterricht. In: Bericht der Internationalen Konferenz "Programmierter Unterricht und Lehrmaschinen". Veröffentlicht durch Sekretariat Pädagogisches Zentrum, Berlin, 1964, S. 247-272.
Mellerowicz, K.	Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Walter de Gruyter & Co., Berlin 1962, II. Band
Silbermann, H. Coulson, J.	Automated Teaching. In Borko: Computer Applications in the Behavioral Sciences, Prentice-Hall Englewood-Cliffs, 1962

Anschrift des Autors:

Dr.-Ing. Arno Schulz
7032 Sindelfingen
Lauterstr. 6

Richtlinien für die Manuskriptabfassung.

Es wird zur Beschleunigung der Publikation gebeten, Beiträge an die Schriftleitung in doppelter Ausfertigung einzureichen. Etwaige Tuschzeichnungen oder Photos brauchen nur einfach eingereicht zu werden.
Artikel von mehr als 12 Druckseiten Umfang können in der Regel nicht angenommen werden. Unverlangte Manuskripte können nur zurückgesandt werden, wenn Rückporto beiliegt. Es wird gebeten bei nicht in deutscher Sprache verfaßten Manuskripten eine deutsche Zusammenfassung anzufügen und wenn möglich, zur Vermeidung von Druckfehlern, das Manuskript in Proportionalschrift mit Randausgleich als fertige Photodruckvorlage einzusenden.
Die verwendete Literatur ist, nach Autorennamen alphabetisch (verschiedene Werke desselben Autors chronologisch) geordnet, in einem Schrifttumsverzeichnis am Schluß des Beitrags zusammenzustellen. Die Vornamen der Autoren sind mindestens abgekürzt zu nennen. Bei selbständigen Veröffentlichungen sind Titel, Erscheinungsort und -jahr, womöglich auch Verlag, anzugeben. Zeitschriftenbeiträge werden vermerkt durch Name der Zeitschrift, Band, Seite (z. B. S. 317–324) und Jahr, in dieser Reihenfolge. (Titel der Arbeit kann angeführt werden). Im selben Jahr erschienene Arbeiten desselben Autors werden durch den Zusatz „a", „b" etc. ausgezeichnet. Im Text soll grundsätzlich durch Nennung des Autorennamens und des Erscheinungsjahrs des zitierten Werkes (evtl. mit dem Zusatz „a" etc.), in der Regel aber nicht durch Anführung des ganzen Buchtitels zitiert werden. Wo es sinnvoll ist, sollte bei selbständigen Veröffentlichungen und längeren Zeitschriftenartikeln auch Seitenzahl oder Paragraph genannt werden. Anmerkungen sind zu vermeiden.

Forme des manuscrits.

Pour accélérer la publication les auteurs sont priés, de bien vouloir envoyer les manuscrits en deux exemplaires. Des figures (à l'encre de chine) et des photos, un exemplaire suffit.
En général les manuscrits qui fourniraient plus de 12 pages imprimées ne peuvent être acceptés. Les manuscrits non demandés ne peuvent être rendus que si les frais de retour sont joints. Si les manuscrits ne sont pas écrits en allemand, les auteurs sont priés de bien vouloir ajouter un résumé en allemand et si possible, pour éviter des fautes d'impression, de fournir le manuscript comme original de l'impression phototechnique, c'est-à-dire tapé avec une machine aux caractères standard et avec marges étroites.
La littérature utilisée doit être citée à la fin de l'article par ordre alphabétique; plusieurs oeuvres du même auteur peuvent être enumérées par ordre chronologique. Le prénom de chaque auteur doit être ajouté, au moins en abrégé. Indiquez le titre, le lieu et l'année de publication, et, si possible, l'éditeur des livres, ou, en cas d'articles de revue, le nom de la révue, le tome, les pages (p.ex. p. 317–324) et l'année, suivant cet ordre; le titre des travaux parus dans de revues peut être mentionné. Les travaux d'un auteur parus la même année sont distingués par «a», «b» etc. Dans le texte on cite le nom de l'auteur, suivi de l'année de l'édition (éventuellement complèté par «a» etc.), mais non pas, en général, le titre de l'ouvrage; si c'est utile on peut ajouter la page ou le paragraphe. Evitez les remarques en bas de pages.

Form of Manuscript.

To speed up publication please send two copies of your paper. From photographs and figures (in indian ink) only one copy is required.
Papers which would cover more than 12 printed pages can normally not be accepted. Manuscripts which have not been asked for by the editor, are only returned if postage is enclosed.
If manuscripts are not written in German, a German summary is requested. If possible these manuscripts should be written as original for phototechnical printing, i. e. typed with proportional types and with straight-line margin.
Papers cited should appear in the Bibliography at the end of the paper in alphabetical order by author, several papers of the same author in chronological order. Give at least the initials of the authors. For books give also the title, the place and year of publication, and, if possible, the publishers. For papers published in periodicals give at least the title of the periodical in the standard international abbreviation, the volume, the pages (e.g. p. 317–324) and the year of publication. (It is useful to add the title of the publication.) When more than one paper of the same author and the same year of publication is cited, the papers are distinguished by a small letter following the year, such as "a", "b" etc. References should be cited in the text by the author's name and the year of publication (if necessary followed by "a" etc.), but generally not with the full title of the paper. It might be useful to mark also the page or paragraphe referred to.